

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Автономная некоммерческая общеобразовательная организация

«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»

(АНОО «Областная гимназия им. Е.М. Примакова»)

**Региональный Центр выявления, поддержки и развития
способностей и талантов у детей и молодежи Московской области**

УТВЕРЖДЕНО

решением экспертного совета регионального
Центра выявления, поддержки и развития
способностей и талантов у детей и молодежи
Московской области (в структуре
автономной некоммерческой
общеобразовательной организации
«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»)

от « 15 » октября 2020 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор АНОО

«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»

М.О. Майсурадзе

« 16 » октября 2020 г.



ДИСТАНЦИОННАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

Направление

Наука. Математика.

Название и рамки проведения программы.

Дистанционная образовательная программа «Математика. Подготовка одарённых детей к олимпиадам. 10 класс». 12.11.2020 – 01.06.2021 гг.

Автор программы

Шарич Владимир Златкович – председатель РПМК Московской области по математике, преподаватель отдела математического образования факультета математики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», академический директор Общества с ограниченной ответственностью «Цифровое образование».

Целевая аудитория

Программа ориентирована на учащихся 10 классов, показавших высокие результаты на школьном или муниципальном этапах Всероссийской олимпиады школьников по математике. Курс требует освоения базовых знаний общеобразовательной программы предмета «Математика».

Аннотация программы

Олимпиады являются важным инструментом отбора одаренных детей, а также связующим элементом между школьной и вузовской программами.

Олимпиады позволяют моделировать в упрощенных условиях реальную профессиональную деятельность. Работа с олимпиадными заданиями способствует сознательному и творческому отношению к процессу образования и самообразования. В рамках программы осуществляется углубленное изучение математики учащимися 10 классов. Программа ориентирована на обучение различным разделам олимпиадной математики с учетом начального уровня подготовленности: алгебре, геометрии, теории чисел, комбинаторике. Подготовка к олимпиаде является систематической, начиная с начала учебного года, выстраивает траекторию движения обучающегося от незнания к знанию, от практики до творчества. В рамках реализуемого курса обучающиеся, рассматривая олимпиадные задания, познакомятся с основными методами решения олимпиадных задач, научатся оформлять решение на олимпиаде.

Цель и задачи программы

Цель программы – подготовка школьников к выполнению заданий олимпиад по математике различных уровней.

Для реализации этой цели необходимо решить следующие **задачи**:

- познакомить обучающихся с понятиями, терминами и методами решения нестандартных задач;
- сформировать представление о универсальном характере законов логики математических рассуждений, их применимости во всех областях человеческой деятельности;
- развивать критическое мышление, математическую интуицию, логическое мышление, алгоритмическую культуру, пространственное воображение;
- систематизировать знания по математике.

Содержательная характеристика программы

Раздел 1. Вводные занятия (8 часов).

1. Специфика олимпиадных заданий по математике (2 часа).

Введение в олимпиадную математику. Базовые понятия. Оформление задач на олимпиаде, темы, устройство олимпиад.

2. Методы доказательства существования (2 часа).

Понятие доказательства. Перебор. Невыполнимый перебор. Конструктивные доказательства существования. Косвенные доказательства существования.

3. Методы исследования задач (4 часа).

Понятие инвариант. Типичные инварианты: четность, делимость, остаток, произведение /сумма всех чисел или остатков, периметр, площадь, ориентация, рациональность или иррациональность и т.п. Полуинварианты и процессы. Заикливание. Принцип заикливания. Период и предпериод. Обобщенный принцип заикливания.

Раздел 2. Алгебра (12 часов)

1. Линейные и квадратичные функции (графики, корни) (2 часа)

Линейные и квадратичные функции. Композиция функций. Функциональные уравнения и неравенства.

2. Свойства корней многочленов и их применение в решении олимпиадных заданий (2 часа)

Теорема Безу. Разложение на множители. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема о рациональном корне. Целочисленная теорема Безу. Многочлены нечётной степени. Многочлен n -й степени. Делимость многочленов. Свойства коэффициентов многочлена.

3. Свойства графиков функций и их применение в решении олимпиадных заданий (2 часа)

Исследование функций. Максимум / минимум функции. Нули функции. Периодическая функция.

4. Олимпиадные задания с тригонометрическими функциями (2 часа)

Функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, их свойства и графики, периодичность, ограниченность, монотонность. Построение графика функции $y = mf(x)$. Построение графика функции $y = f(kx)$. Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат, симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$. Растяжение и сжатие вдоль осей координат. График гармонического колебания. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

5. Тригонометрический метод в алгебре (2 часа)

Замены $x = \operatorname{tg} t$, $x = \cos t$. Использование свойств тригонометрических функций для решения алгебраических уравнений и доказательства неравенств.

6. Разные алгебраические олимпиадные задания (2 часа)

Комбинирование методов в решении олимпиадных заданий. Общие принципы решения алгебраических олимпиадных заданий.

Раздел 3. Комбинаторика (10 часов)

1. Правила произведения и суммы в перечислительной комбинаторике (2 часа)

Правило суммы. Правило произведения. Задания на комбинации правил. Число перестановок. Число размещений.

2. Числа сочетаний и их свойства (2 часа)

Сочетания без повторений. Число сочетаний. Свойства сочетаний. Рекуррентное соотношение, связывающее числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Бином Ньютона.

3. Метод шаров и перегородок (2 часа)

Метод шаров и перегородок. Выбор с повторениями, без учета порядка. Количество решений уравнений $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ с ограничениями на неизвестные.

4. Геометрический метод в комбинаторике (2 часа)

Использование геометрических конструкций для решения комбинаторных заданий. Расположение вершин графа по кругу. Расположение точек в виде решётки.

5. Разные комбинаторные олимпиадные задания (2 часа)

Комбинирование методов в решении олимпиадных заданий. Общие принципы решения комбинаторных олимпиадных заданий.

Раздел 4. Геометрия в олимпиадных задачах (14 часов)

1. Углы и четырёхугольники, вписанные в окружность (2 часа)

Углы в окружности. Вписанный четырехугольник. Критерии вписанности четырехугольника. Метод вспомогательной окружности.

2. Степень точки относительно окружности (2 часа)

Степень точки. Радиальная ось. Радиальный центр трех окружностей.

3. Касательная к окружности и четырёхугольники, описанные около окружности (2 часа)

Описанный четырехугольник. Критерии описанности четырехугольника.

4. Метод площадей (2 часа)

Основные теоремы метода площадей: треугольники с общей высотой, общим основанием, общим углом. Решение задач ВсОШ на метод площадей.

5. Применение теорем Чевы и Менелая в решении олимпиадных заданий (2 часа)

Теорема Чевы. Теорема Менелая. Решение задач ВсОШ на применение теорем Чевы и Менелая.

6. Тригонометрический метод в геометрии (2 часа)

Тригонометрический метод в геометрии. Теорема синусов. Теорема косинусов.

7. Разные геометрические олимпиадные задания (2 часа)

Комбинирование методов в решении олимпиадных заданий. Общие принципы решения геометрических олимпиадных заданий.

Раздел 5. Теория чисел (10 часов).

1. Сравнения по модулю и их применение в решении олимпиадных заданий (2 часа)

Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Свойства сравнения, связанные с арифметическими действиями. Признаки делимости. Малая теорема Ферма.

2. Линейные диофантовы уравнения (4 часа)

Критерий разрешимости линейных диофантовых уравнений. Структура решений линейных диофантовых уравнений. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках.

3. Нелинейные диофантовы уравнения (2 часа)

Метод остатков. Метод разложения. Метод оценок. Метод спуска. Комбинирование методов.

4. Разные теоретико-числовые олимпиадные задания (2 часа)

Комбинирование методов в решении олимпиадных заданий. Общие принципы решения теоретико-числовых олимпиадных заданий

Раздел 6. Теория графов (6 часов)

1. Основы теории графов (6 часов)

Степени вершин, лемма о рукопожатиях. Пути и циклы, ориентированные графы. Деревья и их свойства. Плоские графы. Эйлеровы графы.

Образовательные технологии

В ходе реализации образовательной программы используются следующие образовательные технологии:

- интерактивные лекции – активное взаимодействие педагога и обучающегося в формате лекции и обсуждения.

- тренинги по решению олимпиадных заданий – выполнение тренировочных заданий, позволяющее приобрести опыт решения сложных задач.

Форма организации и форма проведения занятия	Методы и приемы организации учебно-воспитательного процесса
<p>Форма организации детей на занятии: фронтальная, индивидуально-фронтальная</p> <p>Формы проведения занятий: Комбинированное занятие, практическое занятие, «мозговой штурм», тренинг.</p>	<p>Словесные: объяснение, беседа, дискуссия</p> <p>Наглядные: демонстрационные материалы, видеофильмы, мультимедийные презентации, показ педагогом образца выполнения задания, и т.п.</p> <p>Информационно-коммуникационные: электронные и информационные ресурсы с аудио- и видеоинформацией, работа в чате.</p> <p>Практические: практические задания, упражнения, решение задач повышенной сложности</p> <p>Методы проблемного обучения: Поиск (самостоятельный поиск ответа на поставленные вопросы), исследование, самостоятельная разработка идеи.</p> <p>Методы стимулирования и мотивации деятельности и поведения: одобрение, похвала, игровые эмоциональные ситуации, использование примера</p>

Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование раздела, темы	Всего	Теория	Практика	Формы аттестации (контроля)
1.	Вводные занятия	8	4	4	Тестирование
2.	Алгебра.	12	4	8	Тестирование
3.	Комбинаторика	10	3	7	Тестирование

4.	Геометрия в олимпиадных задачах.	14	5	9	Тестирование
5.	Теория чисел в олимпиадных задачах.	10	3	7	Тестирование
6.	Теория графов	6	2	4	Тестирование
	Итого	60	21	39	

Ожидаемые результаты

Личностные	<ul style="list-style-type: none"> - готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию; - принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению; - мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки; - готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности; - осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов.
Метапредметные	<p>Регулятивные универсальные учебные действия</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута; - оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали; - ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели; - выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты; - организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели; - сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью. <p>Познавательные универсальные учебные действия</p> <ul style="list-style-type: none"> - искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

	<ul style="list-style-type: none"> - критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках; - использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках; - находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития; - выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия; - выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения; - менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности. <p>Коммуникативные универсальные учебные действия</p> <ul style="list-style-type: none"> - осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий; - развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств.
<p>Предметные (образовательные)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - владеть геометрическим языком; - выделять основные этапы процесса решения задачи; - выполнять дополнительные построения на чертеже, способствующие поиску решения задачи; - использовать различные языки математики (словесный, символический, графический); - обосновывать суждения, проводить классификацию, доказывать математические утверждения. - понимать условие задачи, соотносить её с соответствующим разделом математики и подбирать соответствующие методы её решения; - применять изученные понятия, результаты и методы при решении задач из различных разделов курса, в том числе задач, не сводящихся к непосредственному применению известных алгоритмов; - работать с текстом задачи (анализировать, извлекать необходимую информацию); - решать задачи повышенной трудности, нестандартные по формулировке или по методам их решения; - самостоятельно приобретать и отрабатывать математические навыки и технические приёмы, встречающиеся при решении олимпиадных задач;

	<ul style="list-style-type: none"> - систематизировать знания о плоских фигурах и пространственных телах, их свойствах; - точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи; - упрощать выражения, используя основные формулы.
--	---

Требования к условиям организации образовательного процесса

Онлайн-платформа. Программное обеспечение, представляющее собой набор взаимосвязанных веб-сервисов и модулей, составляющих единое пространство предоставления услуг потребителям в сети Интернет. Включает в себя следующие модули, обеспечивающие учебный процесс по программе:

- модуль трансляции занятий с интерактивными возможностями;
- модуль теоретических материалов;
- модуль практических заданий различного типа;
- модуль контроля и результативности обучения (тесты).

Электронные образовательные ресурсы:

- модуль теоретических материалов в формате конспектов к темам, рассматриваемым в рамках программы;
- модуль мультимедийных материалов в формате видео разборов тем, рассматриваемых в рамках программы.

Оценка реализации программы и образовательные результаты программы

По итогам прохождения программы обучающиеся проходят тестирование.

Требования к кадровому обеспечению

Высшее образование по профилю предметной области.

Опыт реализации программ олимпиадной подготовки в предметной области – от 3 лет.

Опыт проведение онлайн-вебинаров – от 1 года.

Перечень литературы

1. Агаханов Н. Х. Математика. Областные олимпиады. 8 – 11 классы / Агаханов Н. Х., Богданов И. И., Кожевников П. А. и др. – М.: Просвещение, 2010. – 239 с.
2. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6 – 11 классы / Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. – М.: Просвещение, 2010. – 192 с.
3. Агаханов Н. Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике. Заключительные этапы. – М.: МЦНМО, 2017. – 552 с.
4. Акоюн А. В. Геометрия в картинках. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МЦНМО, 2017. – 235 с.
5. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. – М.: МЦНМО, 2002. – 264 с.

6. Гальперин Г. А., Толпыго А. К. Московские математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1986. – 303 с.
7. Генкин С., Итенберг И., Фомин Д. Ленинградские математические кружки. – Киров.: АСА, 1994. – 272 с.
8. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с.
9. Козко А. И. и др. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2016. – 232 с.
10. Понарин Я. П. Элементарная геометрия. В 2-х т. Планиметрия. Стереометрия. М.: Т.1 - 2004, 312с.; Т.2., 2006. – 256с.
11. Популярная комбинаторика. Виленкин Н.Я. – М.: Наука, 1975. – 208 с.
12. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.
13. Седрамян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства. – М.: Физматлит, 2002. – 256 с.

Электронные ресурсы программы

1. Высшая математика – просто и доступно. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mathprofi.ru> (дата обращения 23.11.2020)
2. Квант: Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.kvant.info/> (дата обращения 23.11.2020)
3. Математическая библиотека. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.math.ru> (дата обращения 23.11.2020)
4. Московский Центр Непрерывного Математического Образования. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mcsme.ru> (дата обращения 23.11.2020)
5. Проект МЦНМО при участии школы 57. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.problems.ru> (дата обращения 23.11.2020)
6. Олимпиады для школьников. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.info.olimpiada.ru> (дата обращения 23.11.2020)
7. Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике -URL: <http://www.mathus.ru> (дата обращения 23.11.2020)
8. Проект МЦНМО при участии школы 57. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.problems.ru> (дата обращения 23.11.2020).