

# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Автономная некоммерческая общеобразовательная организация  
«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»  
(АНОО «Областная гимназия им. Е.М. Примакова»)

**Региональный Центр выявления, поддержки и развития  
способностей и талантов у детей и молодежи Московской области**

**УТВЕРЖДЕНО**

решением экспертного совета регионального  
Центра выявления, поддержки и развития  
способностей и талантов у детей и молодежи  
Московской области (в структуре  
автономной некоммерческой  
общеобразовательной организации  
«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»)  
от «01» сентября 2021 г.

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Директор АНОО  
«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»



М.О. Майсурадзе

«01» сентября 2021 г.

## ДИСТАНЦИОННАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

### Направление

Наука. Математика.

### Название и рамки проведения программы.

Дистанционная образовательная программа «Математика. Подготовка одарённых детей к олимпиадам. 8 класс». 20.09.2021 – 31.05.2022 гг.

### Авторы программы

В.З. Шарич – Академический директор компании «Цифровое образование» (TalentTech), председатель РПМК ВСОШ по математике в Московской области.

### Целевая аудитория

Данный курс ориентирован на учащихся 8 классов, интересующихся математикой, желающих расширить знания в этой области, показавших высокие результаты на школьном или муниципальном этапах Всероссийской олимпиады школьников по математике. Курс требует освоения знаний общеобразовательной программы предмета «Математика».

### Аннотация программы

Олимпиады являются важным инструментом отбора одаренных детей, а также связующим элементом между школьной и вузовской программами. Олимпиады позволяют моделировать в упрощенных условиях реальную профессиональную деятельность. Работа с олимпиадными заданиями способствует сознательному и творческому отношению к процессу образования и самообразования. В рамках программы осуществляется углубленное изучение математики учащимися 8 классов. Программа ориентирована на обучение различным разделам олимпиадной математики с учетом начального уровня

подготовленности: алгебре, геометрии, теории чисел, комбинаторике. Подготовка к олимпиаде является систематической, начиная с начала учебного года, выстраивает траекторию движения обучающегося от незнания к знанию, от практики до творчества. В рамках реализуемого курса обучающиеся, рассматривая олимпиадные задания, познакомятся с основными методами решения олимпиадных задач, научатся оформлять решение на олимпиаде.

### **Цель и задачи программы**

**Цель** программы – подготовка школьников к выполнению заданий олимпиад по математике различных уровней.

Для реализации этой цели необходимо решить следующие задачи:

- познакомить обучающихся с понятиями, терминами и методами решения нестандартных задач;
- сформировать представление о универсальном характере законов логики математических рассуждений, их применимости во всех областях человеческой деятельности;
- развивать критическое мышление, математическую интуицию, логическое мышление, алгоритмическую культуру, пространственное воображение;
- систематизировать знания по математике.

### **Содержательная характеристика программы**

#### **Раздел 1. Введение. Специфика олимпиадных задач (2 часа)**

**1. Специфика олимпиадной математики, оформление задач на олимпиаде, темы, устройство олимпиад (2 часа).**

*Теория*

Структура ВсОШ. Основные категории заданий и способы их решения.

*Практика*

Разбор типовых задач ВсОШ.

#### **Раздел 2. Методы решения олимпиадных задач (8 часов)**

##### **1. Конструктивы (2 часа).**

*Теория*

Что такое «конструктивы» и как их решать. Конструктивы связанные с делимостью. Конструктивы на клетчатой бумаге. Конструктивы в теории графов. Геометрические конструктивы

*Практика*

Решение задач ВсОШ на различные конструктивы.

##### **2. Метод крайнего (2 часа).**

*Теория*

Метод крайнего и принцип Дирихле. Метод крайнего в теории чисел. Метод крайнего в комбинаторике. Дискретный принцип Дирихле. Принцип Дирихле в геометрии.

### *Практика*

Решение задач ВсОШ на метод крайнего и принцип Дирихле.

### **3. Инварианты и полуинварианты (2 часа).**

#### *Теория*

Что такое «инварианты» и «полуинварианты». Чётность как инвариант. Разбор различных задач на инварианты и полуинварианты. Инвариант нужно увидеть (задача про замену  $(a,b,c) \rightarrow (a+b-c, b+c-a, c+a-b)$ ). Полуинвариант, который напрашивается (задача про таблицу). Неожиданный полуинвариант (задача про бурьян)

### *Практика*

Решение олимпиадных задач на инварианты и полуинварианты.

### **4. Сведение (2 часа).**

#### *Теория*

Роль сведения в математических задачах. Спуск. Кодирование. Математическая индукция в алгебре. Математическая индукция в комбинаторике

### *Практика*

Решение олимпиадных задач методом математической индукции.

### **Раздел 3. Теория чисел в олимпиадных задачах. (6 часов)**

#### **1. Делимость и простые числа (2 часа).**

#### *Теория*

Простые и составные числа, основная теорема арифметики. Бесконечность множества простых вида  $6k+5$ . Количество делителей. НОД и НОК. Разбор задачи (Наименьшее, половина которого квадрат, а треть - куб)

### *Практика*

Применение основной теоремы арифметики к решению задач ВсОШ.

#### **2. Сравнения по модулю (2 часа).**

#### *Теория*

Определение сравнений по модулю. Арифметические свойства сравнений по модулю. Применение сравнений по модулю. Признаки делимости на 9 и 11

Признаки делимости на 7 и 13.

### *Практика*

Решение задач ВсОШ. Свойства остатков при выполнении арифметических действий и использование остатков от деления квадратов и кубов на различные числа.

#### **3. Диофантовы уравнения (2 часа).**

#### *Теория*

Какие уравнения называют «диофантовыми» и как их решать. Линейные диофантовы уравнения с двумя неизвестными (метод решения). Линейные

диофантовы уравнения с двумя неизвестными (структура и существование решений). Пифагоровы тройки. Общие диофантовы уравнения

*Практика*

Решение диофантовых уравнений

**Раздел 4. Геометрия в олимпиадных задачах (8 часов).**

**1. Равенство треугольников (2 часа).**

*Теория*

Три признака равенства треугольников. Доказательства через равенство треугольников. Вычисления через равенство треугольников. Четвёртый признак равенства треугольников. Задача про равные кусочки биссектрис

*Практика*

Решение олимпиадных задач на равенство треугольников.

**2. Комбинаторная геометрия (2 часа).**

*Теория*

Чем «комбинаторная» геометрия отличается от «некомбинаторной». Монотонность угол-сторона. Неравенство треугольника. Сумма углов. Теорема Сильвестра-Галлаи

*Практика*

Решение олимпиадных задач комбинаторной геометрии.

**3. Круглая геометрия (2 часа).**

*Теория*

Связь центрального и вписанного углов. Углы между секущими. Угол между хордой и касательной. Вписанные четырёхугольники. Описанные четырёхугольники

*Практика*

Решение олимпиадных задач на вписанные и описанные четырёхугольники.

**4. Площадь и отношения (2 часа).**

*Теория*

Площадь серединного треугольника. Площадь параллелограмма Вариньона. Лемма об отношении площадей. Площади треугольников, на которые диагонали разбивают четырёхугольник. Геометрическое место точек  $X$  таких, что  $[AXB]=[BXC]=[CXA]$

*Практика*

Решение олимпиадных задач на метод площадей

**Раздел 5. Комбинаторика и логика в олимпиадных задачах (10 часов)**

**1. Логика и перебор случаев (2 часа).**

*Теория*

Следует или не следует («достаточно» и «необходимо»). Математические «и», «или», «либо, либо». Рыцари и лжецы. Мудрецы. Взвешивания

*Практика*

Решение логических задач

## **2. Математические игры (2 часа).**

*Теория*

Игры-шутки. Симметричные стратегии в геометрических играх. Симметричные стратегии в числовых играх. Выигрышные и проигрышные позиции.

*Практика*

Математические игры в олимпиадных задачах.

## **3. Перечислительная комбинаторика (2 часа).**

*Теория*

Правило произведения. Правило суммы. Число сочетаний. Свойства чисел сочетаний.

*Практика*

Решение задач перечислительной комбинаторики.

## **4. Графы (2 часа).**

*Теория*

Что такое «граф». Лемма о рукопожатиях. Пути и циклы. Деревья. Остовное дерево

*Практика*

Решение задач ВсОШ

## **5. Доски и таблицы (2 часа).**

*Теория*

Раскраски. Шахматная раскраска. Расставляем шахматные фигуры. Таблица с равными суммами по строкам и столбцам. Задачи на числовые таблицы

*Практика*

Решение задач ВсОШ

## **Раздел 6. Алгебра в олимпиадных задачах (6 часов)**

### **1. Преобразование выражений (2 часа).**

*Теория*

Разность квадратов. Разность кубов, сумма кубов. Разность высоких степеней. Сумма высоких степеней

*Практика*

Преобразование выражений

### **2. Функции и графики (2 часа).**

*Теория*

Графики линейных уравнений (это не ошибка, так можно говорить, но есть одно «но»). Графики линейных неравенств. Квадратичная функция и парабола. Теорема Виета

*Практика*

Решение задач на теорему Виета и геометрические свойства квадратного трехчлена.

**3. Доказательство неравенств (2 часа).**

*Теория*

Различные методы доказательства неравенств. Метод пристального наблюдения на примере неравенства  $x/(1+y)+y/(1+x)<1$ , где  $0<x,y<1$ . Метод «что-нибудь перемножить, что-нибудь сложить». Неравенство Коши для двух переменных. Неравенство Коши для трёх и более переменных. Неравенства со средним гармоническим и средним квадратическим

*Практика*

Доказательство неравенств.

**Образовательные технологии**

В ходе реализации образовательной программы используются следующие образовательные технологии:

- интерактивные лекции – активное взаимодействие педагога и обучающегося в формате лекции и обсуждения.
- тренинги по решению олимпиадных заданий – выполнение тренировочных заданий, позволяющее приобрести опыт решения сложных задач.

<b>Форма организации и форма проведения занятий</b>	<b>Методы и приемы организации учебно-воспитательного процесса</b>
<p><b>Форма организации детей на занятии:</b> фронтальная, индивидуально-фронтальная</p> <p><b>Формы проведения занятий:</b> Комбинированное занятие, «мозговой штурм»</p>	<p><b>Словесные:</b> объяснение, беседа, дискуссия</p> <p><b>Наглядные:</b> демонстрационные материалы, мультимедийные презентации.</p> <p><b>Информационно-коммуникационные:</b> электронные и информационные ресурсы с аудио- и видеоинформацией, работа в чате.</p> <p><b>Практические:</b> практические задания, упражнения, решение задач повышенной сложности</p> <p><b>Методы проблемного обучения:</b> Поиск (самостоятельный поиск ответа на поставленные вопросы), исследование, самостоятельная разработка идеи</p> <p><b>Методы стимулирования и мотивации деятельности и поведения:</b> одобрение, похвала, игровые эмоциональные ситуации, использование примера</p>

## Учебно-тематический план

№ п/п	Название раздела	Всего	Теория	Практика	Формы аттестации (контроля)
1.	Введение. Специфика олимпиадных задач	2	1	1	Тестирование
2.	Методы решения олимпиадных задач	8	4	4	Тестирование
3.	Теория чисел в олимпиадных задачах.	6	3	3	Тестирование
4.	Геометрия в олимпиадных задачах.	8	4	4	Тестирование
5.	Комбинаторика и логика в олимпиадных задачах.	10	5	5	Тестирование
6.	Алгебра в олимпиадных задачах.	6	3	3	Тестирование
	<b>Итого</b>	<b>40</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	

## Ожидаемые результаты

Личностные	<ul style="list-style-type: none"> <li>- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию;</li> <li>- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;</li> <li>- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки;</li> <li>- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;</li> <li>- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов.</li> </ul>
Метапредметные	<p><b>Регулятивные универсальные учебные действия</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;</li> <li>- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;</li> <li>- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;</li> <li>- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;</li> <li>- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;</li> <li>- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.</li> </ul> <p><b>Познавательные универсальные учебные действия</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;</li> <li>- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;</li> <li>- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;</li> <li>- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;</li> <li>- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;</li> <li>- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;</li> <li>- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.</li> </ul> <p><b>Коммуникативные универсальные учебные действия</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;</li> <li>- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств.</li> </ul>
Предметные (образовательные)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- владеть геометрическим языком;</li> <li>- выделять основные этапы процесса решения задачи;</li> <li>- выполнять дополнительные построения на чертеже, способствующие поиску решения задачи;</li> <li>- использовать различные языки математики (словесный, символический, графический);</li> <li>- обосновывать суждения, проводить классификацию, доказывать математические утверждения.</li> <li>- понимать условие задачи, соотносить её с соответствующим разделом математики и подбирать соответствующие методы её решения;</li> <li>- применять изученные понятия, результаты и методы при решении задач из различных разделов курса, в том числе задач, не сводящихся к непосредственному применению известных алгоритмов;</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работать с текстом задачи (анализировать, извлекать необходимую информацию);</li> <li>- решать задачи повышенной трудности, нестандартные по формулировке или по методам их решения;</li> <li>- самостоятельно приобретать и отрабатывать математические навыки и технические приёмы, встречающиеся при решении олимпиадных задач;</li> <li>- систематизировать знания о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах;</li> <li>- точно и грамотно выразить свои мысли в устной и письменной речи;</li> <li>- упрощать выражения, используя основные формулы.</li> </ul>
--	--

### **Требования к условиям организации образовательного процесса**

Онлайн-платформа. Программное обеспечение, представляющее собой набор взаимосвязанных веб-сервисов и модулей, составляющих единое пространство предоставления услуг потребителям в сети Интернет. Включает в себя следующие модули, обеспечивающие учебный процесс по программе:

- модуль трансляции занятий с интерактивными возможностями;
- модуль теоретических материалов;
- модуль практических заданий различного типа;
- модуль контроля и результативности обучения (тесты).

Электронные образовательные ресурсы:

- модуль теоретических материалов в формате конспектов к темам, рассматриваемым в рамках программы;
- модуль мультимедийных материалов в формате видео разборов тем, рассматриваемых в рамках программы.

### **Оценка реализации программы и образовательные результаты программы**

По итогам прохождения программы обучающиеся проходят тестирование.

#### **Требования к кадровому обеспечению**

Высшее образование по профилю предметной области.

Опыт реализации программ олимпиадной подготовки в предметной области – от 3 лет.

Опыт проведение онлайн-вебинаров – от 1 года.

#### **Дидактические материалы к программе**

1. Агаханов Н. Х. Математика. Областные олимпиады. 8 – 11 классы / Агаханов Н. Х., Богданов И. И., Кожевников П. А. и др. – М.: Просвещение, 2010. – 239 с.

2. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6 – 11 классы / Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. – М.: Просвещение, 2010. – 192 с.

3. Агаханов Н. Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике. Заключительные этапы. – М.: МЦНМО, 2017. – 552 с.
4. Акопян А. В. Геометрия в картинках. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МЦНМО, 2017. – 235 с.
5. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. – М.: МЦНМО, 2002. – 264 с.
6. Гальперин Г. А., Толпыго А. К. Московские математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1986. – 303 с.
7. Генкин С., Итенберг И., Фомин Д. Ленинградские математические кружки. – Киров.: АСА, 1994. – 272 с.
8. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с.
9. Козко А. И. и др. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2016. – 232 с.
10. Понарин Я. П. Элементарная геометрия. В 2-х т. Планиметрия. Стереометрия. М.: Т.1 - 2004, 312с.; Т.2., 2006. – 256с.
11. Популярная комбинаторика. Виленкин Н.Я. – М.: Наука, 1975. – 208 с.
12. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.
13. Седракян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства. – М.: Физматлит, 2002. – 256 с.

#### **Электронные ресурсы:**

1. Высшая математика – просто и доступно. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mathprofi.ru> (дата обращения 23.11.2020)
2. Квант: Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.kvant.info/> (дата обращения 23.11.2020)
3. Математическая библиотека. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.math.ru> (дата обращения 23.11.2020)
4. Московский Центр Непрерывного Математического Образования. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mcsme.ru> (дата обращения 23.11.2020)
5. Проект МЦНМО при участии школы 57. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.problems.ru> (дата обращения 23.11.2020)
6. Олимпиады для школьников. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.info.olimpiada.ru> (дата обращения 23.11.2020)
7. Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике -URL: <http://www.mathus.ru> (дата обращения 23.11.2020)
8. Проект МЦНМО при участии школы 57. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.problems.ru> (дата обращения 23.11.2020)