

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Автономная некоммерческая общеобразовательная организация
«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»

(АНОО «Областная гимназия им. Е.М. Примакова»)

**Региональный Центр выявления, поддержки и развития
способностей и талантов у детей и молодежи Московской области**

УТВЕРЖДЕНО

«УТВЕРЖДАЮ»

решением экспертного совета регионального
Центра выявления, поддержки и развития
способностей и талантов у детей и молодежи
Московской области (в структуре
автономной некоммерческой
общеобразовательной организации
«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»)

от «01» Сентября 2021 г.

Директор АНОО
«Областная гимназия им. Е.М. Примакова»

М.О. Майсурадзе

«01» Сентября 2021 г.



ДИСТАНЦИОННАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА

Направление

Наука. Математика.

Название и рамки проведения программы.

Дистанционная образовательная программа «Математика. Подготовка одарённых детей к олимпиадам. 9 класс». 20.09.2021 –31.05.2022 гг.

Авторы программы

Г.В. Дильман – выпускник Механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, Призер ВсОШ по математике, победитель VII Международного математического турнира им. А.Н. Колмогорова, призер олимпиад Механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Целевая аудитория

Данный курс ориентирован на учащихся 9 классов, интересующихся математикой, желающих расширить знания в этой области, показавших высокие результаты на школьном или муниципальном этапах Всероссийской олимпиады школьников по математике. Курс требует освоения знаний общеобразовательной программы предмета «Математика».

Аннотация программы

Олимпиады являются важным инструментом отбора одаренных детей, а также связующим элементом между школьной и вузовской программами. Олимпиады позволяют моделировать в упрощенных условиях реальную профессиональную деятельность. Работа с олимпиадными заданиями способствует сознательному и творческому отношению к процессу образования и самообразования. В рамках программы осуществляется углубленное изучение

математики учащимися 9 классов. Программа ориентирована на обучение различным разделам олимпиадной математики с учетом начального уровня подготовленности: алгебре, геометрии, теории чисел, комбинаторике. Подготовка к олимпиаде является систематической, начиная с начала учебного года, выстраивает траекторию движения обучающегося от незнания к знанию, от практики до творчества. В рамках реализуемого курса обучающиеся, рассматривая олимпиадные задания, познакомятся с основными методами решения олимпиадных задач, научатся оформлять решение на олимпиаде.

Цель и задачи программы

Цель программы – подготовка школьников к выполнению заданий олимпиад по математике различных уровней.

Для реализации этой цели необходимо решить следующие задачи:

- познакомить обучающихся с понятиями, терминами и методами решения нестандартных задач;
- сформировать представление о универсальном характере законов логики математических рассуждений, их применимости во всех областях человеческой деятельности;
- развивать критическое мышление, математическую интуицию, логическое мышление, алгоритмическую культуру, пространственное воображение;
- систематизировать знания по математике.

Содержательная характеристика программы

Раздел 1. Введение. Специфика олимпиадных задач (2 часа)

1. Специфика олимпиадной математики, оформление задач на олимпиаде, темы, устройство олимпиад (2 часа).

Теория

Структура ВсОШ. Основные категории заданий и способы их решения.

Практика

Разбор типовых задач ВсОШ.

Раздел 2. Теория чисел в олимпиадных задачах. (6 часов)

1. НОД. Основная теорема арифметики (2 часа).

Теория

Алгоритм Евклида. Введение алгоритма и связь с НОД чисел. Линейное представление НОД и диофантовы уравнения. Критерий разрешимости диофантовых уравнений и связь с алгоритмов Евклида. Основная теорема арифметики. Доказательство теоремы при помощи свойств диофантовых уравнений.

Практика

Применение основной теоремы арифметики к решению задач ВсОШ.

2. Признаки делимости. Арифметика остатков (2 часа).

Теория

Признак делимости на 2,4,8. Признак делимости на 5,25. Признак делимости на 3, 9. Признак делимости на 11. Арифметика остатков. Сравнения по модулю: свойства, остатки квадратов и кубов.

Практика

Решение задач ВСОШ. Свойства остатков при выполнении арифметических действий и использование остатков от деления квадратов и кубов на различные числа.

3. Теоремы теории чисел (2 часа).

Теория

Малая теорема Ферма. Теорема Эйлера. Теорема Вильсона. Формулировки и доказательство.

Практика

Решение задач на теоремы Ферма, Эйлера, Вильсона

Раздел 3. Алгебра в олимпиадных задачах (8 часов)

1. Многочлены и теорема Безу (2 часа).

Теория

Деление многочленов с остатком. Степень как аналог разрядов при делении, степень делителя и остатка. Арифметика многочленов. Свойства остатков при выполнении арифметических действий с многочленами, аналогия с целыми числами. Теорема Безу и ее следствие. Формулировка и доказательство.

Практика

Решение задач на теорему Безу и на деление многочленов.

2. Квадратный трехчлен (2 часа).

Теория

Доказательство теоремы Виета при помощи теоремы Безу. Решение квадратных уравнений при помощи выделения полного квадрата. Выведение формул корней и дискриминанта. Влияние замены переменной на график функции. Движение вдоль осей при замене переменной. Квадратный трехчлен и его график, зависимость от знаков коэффициентов. Взаимосвязь геометрических свойств графика с алгебраическими характеристиками.

Практика

Решение задач на теорему Виета и геометрические свойства квадратного трехчлена.

3. Целочисленные многочлены (2 часа).

Теория

Целочисленная теорема Безу. Применение идей делимости в задачах о многочленах с целыми коэффициентами при помощи теоремы Безу. Теорема Виета для произвольного многочлена, теорема об элементарных симметричных

многочленах. Оценка числа корней многочлена и основная теорема алгебры. Многочлен нечетной степени имеет действительный корень. Значение многочлена нечётной степени при увеличении и уменьшении аргумента, наличие корня.

Практика

Решение задач о многочленах, на целочисленную теорему Безу, обобщенную теорему Виета, многочлены нечётной степени

4. Неравенства, классические средние (2 часа).

Теория

Классические средние. Метод Штурма. Изменение произведения при фиксированной сумме. Неравенство для средних, подстановки и замены. Сведение неравенств к классическим неравенствам о средних. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.

Практика

Решение задач на метод Штурма, классические неравенства и неравенство Коши-Буняковского-Шварца.

Раздел 4. Геометрия в олимпиадных задачах (10 часов).

1. Вписанный четырёхугольник (2 часа).

Теория

Критерии вписанности четырёхугольника. Связь вписанных и центральных углов, сумма противоположных углов вписанного четырёхугольника.

Лемма о трезубце и обратное утверждение. Вписанные и невписанные окружности. Свойства точек, симметричных ортоцентру. Связь ортоцентра и центра вписанной окружности. Антипараллельный отрезок и центр описанной окружности

Практика

Решение олимпиадных задач на вписанный четырёхугольник.

2. Степень точки (2 часа).

Теория

Угол между касательной и хордой. Доказательство теоремы о касательной и секущей. Теорема о произведении хорд. Введение понятия степени точки и её свойства. Теорема о квадрате касательной. Степень точки относительно окружности. Радикальная ось. Определение радикальной оси двух окружностей и доказательство её существования. Вписанности из степеней. Свойства радикальных осей

Практика

Решение олимпиадных задач на степени точки и радикальные оси.

3. Геометрия треугольника: высоты, биссектрисы, медианы (2 часа).

Свойства ортоцентра. Свойство биссектрисы. Вписанная и невписанная окружности. Свойства медианы.

Практика

Решение олимпиадных задач на геометрию треугольника

4. Метод площадей (2 часа).

Теория

Основные теоремы метода площадей: треугольники с общей высотой, общим основанием, общим углом. Лемма о моли. Теорема Чевы. Теорема Менелая.

Практика

Решение олимпиадных задач на метод площадей

5. Множество точек на плоскости (2 часа).

Теория

Множества точек на плоскости: прямая, отрезок, окружность, круг. Метод областей на плоскости. Целая и дробная часть: графики.

Практика

Решение задач на плоскости Оху.

Раздел 5. Комбинаторика в олимпиадных задачах (16 часов)

1. Счётная комбинаторика (2 часа).

Теория

Правила комбинаторики, умножения, сложения, дополнения до целого. Взаимоисключающие случаи и разбиение на случаи, отличие правил сложения и умножения. Построение логического отрицания при подсчете в комбинаторных задачах. Число размещений, очередь. Факториалы, комбинации с фиксированным порядком. Число сочетаний. Подсчет числа комбинаций без повторений без учёта порядка. Задача о количестве перестановок букв в слове. Свойство числа сочетаний, треугольник Паскаля.

Определение и свойства треугольника Паскаля, связь с числом сочетаний

Практика

Решение задач счётной комбинаторики.

2. Бином Ньютона (2 часа).

Теория

Бином Ньютона и формулы в комбинаторике. Определение и свойства бинома Ньютона, связь с числом сочетаний и треугольником Паскаля. Биекция в комбинаторике, кодирование. Оценка количества элементов в множестве при помощи биекции. Метод перегородок. Подсчет количества комбинаций без учёта порядка с возможностью повторений, задача о числе решений целочисленного уравнения

Практика

Решение задач на бином Ньютона.

3. Метод математической индукции (2 часа).

Теория

Метод математической индукции. Применение индукции к доказательству целочисленных тождеств и неравенств. Применение индукции в задачах на делимость.

Практика

Решение задач на метод математической индукции

4. Логические задачи. Принцип Дирихле (2 часа).

Теория

Логические задачи. Логические операции и построение отрицание, связь с кругами Эйлера. Задачи с доказательством от противного. Принцип Дирихле. Формулировка и использование обобщённого принципа Дирихле к дискретным и к геометрическим объектам. Оценка+пример на принцип Дирихле. Использование принципа Дирихле в задачах на поиск максимального и минимального числа объектов.

Практика

Решение олимпиадных задач

5. Теория информации (2 часа).

Теория

Двоичный поиск. Описание алгоритма двоичного поиска, оценка его длины и оптимальность. Задачи на взвешивания. Алгоритмы поиска объекта с исключительным свойством. Задачи на системы счисления. Кодирование информации с помощью позиционной системы счисления. Теория информации. Информация как изменение меры неопределённости и уменьшение числа вариантов, подходящих под условие.

Практика

Решение задач на теорию информации

6. Конструктивы и инварианты (2 часа).

Теория

Конструкции в числах. Конструктивные задачи о целых числах, поиск примера, удовлетворяющего условиям. Инварианты в числах. Неизменяющиеся характеристики процессов над целыми числами.

Конструкции в алгебре. Алгебраические задачи о поиске примера, удовлетворяющего заданным условиям. Инварианты в многочленах. Неизменяемые характеристики процессов над многочленами.

Практика

Решение задач ВсОШ

7. Комбинаторная геометрия (2 часа).

Теория

Комбинаторная геометрия. Конструкции. Проекция на выделенную прямую. Свойства проекции, связь с координатами и векторами, проекция суммы, оценка длины проекции. Прямые и окружности, геометрическое место точек.

Практика

Решение задач комбинаторной геометрии

8. Оценка+пример (2 часа).

Теория

Оценка+пример в теории чисел, текстовых задачах, в геометрии. Задачи на поиск максимального и минимального числа объектов.

Практика

Решение олимпиадных задач

Образовательные технологии

В ходе реализации образовательной программы используются следующие образовательные технологии:

– интерактивные лекции – активное взаимодействие педагога и обучающегося в формате лекции и обсуждения.

– тренинги по решению олимпиадных заданий – выполнение тренировочных заданий, позволяющее приобрести опыт решения сложных задач.

Форма организации и форма проведения занятия	Методы и приемы организации учебно-воспитательного процесса
<p>Форма организации детей на занятии: фронтальная, индивидуально-фронтальная</p> <p>Формы проведения занятий: Комбинированное занятие, «мозговой штурм».</p>	<p>Словесные: объяснение, беседа, дискуссия</p> <p>Наглядные: мультимедийные презентации, показ педагогом образца выполнения задания.</p> <p>Информационно-коммуникационные: электронные и информационные ресурсы с аудио- и видеoinформацией, работа в чате.</p> <p>Практические: практические задания, упражнения, решение задач повышенной сложности</p> <p>Методы проблемного обучения: Поиск (самостоятельный поиск ответа на поставленные вопросы), исследование, самостоятельная разработка идеи.</p> <p>Методы стимулирования и мотивации деятельности и поведения: одобрение, похвала, игровые эмоциональные ситуации, использование примера</p>

Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование раздела, темы	Всего	Теория	Практика	Формы аттестации (контроля)
1.	Введение. Специфика олимпиадных задач	2	1	1	Тестирование
2.	Теория чисел в олимпиадных задачах.	6	3	3	Тестирование
3.	Алгебра в олимпиадных задачах.	8	4	4	Тестирование
4.	Геометрия в олимпиадных задачах.	10	5	5	Тестирование
5.	Комбинаторика в олимпиадных задачах.	16	8	8	Тестирование
	Итого	40	20	20	

Ожидаемые результаты

Личностные	<ul style="list-style-type: none">– готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию;– принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки;– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;– осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов.
Метапредметные	<p>Регулятивные универсальные учебные действия</p> <ul style="list-style-type: none">– самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;– оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;– ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;– оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

	<ul style="list-style-type: none"> - выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты; - организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели; - сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью. <p style="text-align: center;">Познавательные универсальные учебные действия</p> <ul style="list-style-type: none"> - искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи; - критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках; - использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках; - находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития; - выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия; - выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения; - менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности. <p style="text-align: center;">Коммуникативные универсальные учебные действия</p> <ul style="list-style-type: none"> - осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий; - развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств.
	<ul style="list-style-type: none"> - владеть геометрическим языком; - выделять основные этапы процесса решения задачи; - выполнять дополнительные построения на чертеже, способствующие поиску решения задачи; - использовать различные языки математики (словесный, символический, графический); - обосновывать суждения, проводить классификацию, доказывать математические утверждения. - понимать условие задачи, соотносить её с соответствующим разделом математики и подбирать соответствующие методы её решения;
<p>Предметные (образовательные)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - владеть геометрическим языком; - выделять основные этапы процесса решения задачи; - выполнять дополнительные построения на чертеже, способствующие поиску решения задачи; - использовать различные языки математики (словесный, символический, графический); - обосновывать суждения, проводить классификацию, доказывать математические утверждения. - понимать условие задачи, соотносить её с соответствующим разделом математики и подбирать соответствующие методы её решения;

	<ul style="list-style-type: none"> - применять изученные понятия, результаты и методы при решении задач из различных разделов курса, в том числе задач, не сводящихся к непосредственному применению известных алгоритмов; - работать с текстом задачи (анализировать, извлекать необходимую информацию); - решать задачи повышенной трудности, нестандартные по формулировке или по методам их решения; - самостоятельно приобретать и отрабатывать математические навыки и технические приёмы, встречающиеся при решении олимпиадных задач; - систематизировать знания о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах; - точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи; - упрощать выражения, используя основные формулы.
--	---

Требования к условиям организации образовательного процесса

Онлайн-платформа. Программное обеспечение, представляющее собой набор взаимосвязанных веб-сервисов и модулей, составляющих единое пространство предоставления услуг потребителям в сети Интернет. Включает в себя следующие модули, обеспечивающие учебный процесс по программе:

- модуль трансляции занятий с интерактивными возможностями;
- модуль теоретических материалов;
- модуль практических заданий различного типа;
- модуль контроля и результативности обучения (тесты).

Электронные образовательные ресурсы:

- модуль теоретических материалов в формате конспектов к темам, рассматриваемым в рамках программы;
- модуль мультимедийных материалов в формате видео разборов тем, рассматриваемых в рамках программы.

Оценка реализации программы и образовательные результаты программы

По итогам прохождения программы обучающиеся проходят тестирование.

Требования к кадровому обеспечению

Высшее образование по профилю предметной области.

Опыт реализации программ олимпиадной подготовки в предметной области – от 3 лет.

Опыт проведения онлайн-вебинаров – от 1 года.

Дидактические материалы к программе

1. Агаханов Н. Х. Математика. Областные олимпиады. 8 – 11 классы / Агаханов Н. Х., Богданов И. И., Кожевников П. А. и др. – М.: Просвещение, 2010. – 239 с.

2. Агаханов Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6 – 11 классы / Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. – М.: Просвещение, 2010. – 192 с.
3. Агаханов Н. Х. Всероссийские олимпиады школьников по математике. Заключительные этапы. – М.: МЦНМО, 2017. – 552 с.
4. Акоюн А. В. Геометрия в картинках. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: МЦНМО, 2017. – 235 с.
5. Алфутова Н. Б., Устинов А. В. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. – М.: МЦНМО, 2002. – 264 с.
6. Гальперин Г. А., Толпыго А. К. Московские математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1986. – 303 с.
7. Генкин С., Итенберг И., Фомин Д. Ленинградские математические кружки. – Киров.: АСА, 1994. – 272 с.
8. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с.
9. Козко А. И. и др. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2016. – 232 с.
10. Понарин Я. П. Элементарная геометрия. В 2-х т. Планиметрия. Стереометрия. М.: Т.1 - 2004, 312с.; Т.2., 2006. – 256с.
11. Популярная комбинаторика. Виленкин Н.Я. – М.: Наука, 1975. – 208 с.
12. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – 5-е изд., испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2006. – 640 с.
13. Седрамян Н.М., Авоян А.М. Неравенства. Методы доказательства. – М.: Физматлит, 2002. – 256 с.

Электронные ресурсы:

1. Высшая математика – просто и доступно. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mathprofi.ru> (дата обращения 23.11.2020)
2. Квант: Научно-популярный физико-математический журнал для школьников и студентов. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.kvant.info/> (дата обращения 23.11.2020)
3. Математическая библиотека. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.math.ru> (дата обращения 23.11.2020)
4. Московский Центр Непрерывного Математического Образования. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mcsme.ru> (дата обращения 23.11.2020)
5. Проект МЦНМО при участии школы 57. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.problems.ru> (дата обращения 23.11.2020)
6. Олимпиады для школьников. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.info.olimpiada.ru> (дата обращения 23.11.2020)
7. Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике -URL: <http://www.mathus.ru> (дата обращения 23.11.2020)
8. Проект МЦНМО при участии школы 57. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.problems.ru> (дата обращения 23.11.2020)