

10-1 Кот Резистор. Экспериментатор Глюк исследовал зависимость силы тока I от напряжения U в цепи, представленной на рис. 1. В начале эксперимента все три выключателя (K_1 , K_2 , K_3) были разомкнуты. В какой-то момент Глюк отвлекся на телефонный разговор, а его любимый кот Резистор в это время погулял по столу и случайно замкнул контакты двух выключателей. Закончив исследование, Глюк построил график полученной зависимости (рис. 2) и очень удивился его необычному виду. Проанализируйте вид получившегося графика и обоснованно ответьте на вопросы:

1. Чему равнялось напряжение U_0 регулируемого источника в тот момент, когда Глюку позвонили?
2. Повышал или понижал Глюк напряжение источника при измерениях?
3. Чему равно сопротивление R ?
4. Рассмотрите все возможные варианты и сделайте вывод, какие два выключателя замкнул кот Резистор?

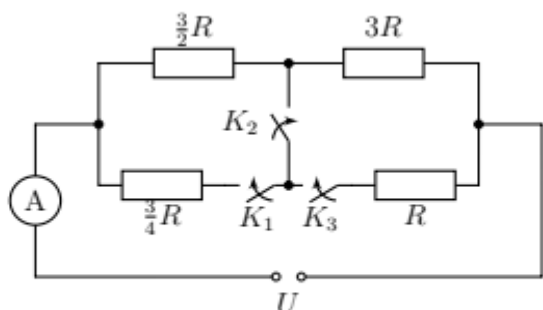


Рис. 1

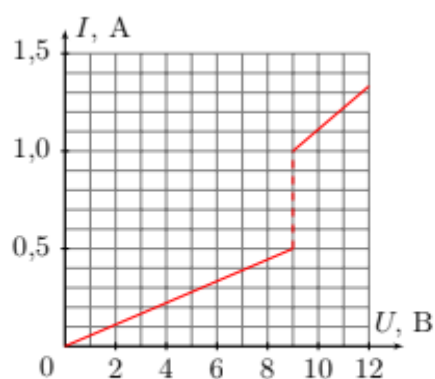


Рис. 2

Возможное решение и критерии оценивания.

Так как ВАХ цепи с постоянным сопротивлением линейна, то скачок на графике означает изменение сопротивления. Значит, $U_0 = 9$ В. (1 балл)

Найдём сопротивление цепи на двух участках через наклон ВАХ:

$R_{0-9} = 18$ Ом, $R_{9-12} = 9$ Ом. (2 балла)

Сопротивление цепи в единицах R :

- 1) При разомкнутых ключах $4,5R$. (1 балл)
- 2) При замкнутых ключах K_1 и K_3 $1,26R$. (1 балл)
- 3) При замкнутых ключах K_1 и K_2 $3,5R$. (1 балл)
- 4) При замкнутых ключах K_3 и K_2 $2,25R$. (1 балл)

Как мы видим, сопротивление при замкнутых ключах уменьшается. Это значит, что первым при измерении ВАХ был участок 0 - 9 В. Значит, Глюк напряжение повышал. (1 балл)

Таким образом, $4,5R = 18$ Ом, $R = 4$ Ом. (1 балл)

После замыкания ключа сопротивление упало в 2 раза. Это соответствует замыканию ключей K_3 и K_2 . (1 балл)

10-2. Отважный Робин. Робин Гуд выстрелил из лука под углом α к горизонту. Стрела улетела на 866 футов. Во второй попытке он увеличил угол на 15° и стрела ушла дальше. На третьей попытке он ещё увеличил угол на 15° . Стрела опять улетела на 866 футов. Пренебрегая размерами стрелы, сопротивлением воздуха и перепадом высот начала и конца траекторий стрелы, найдите:

1. Под каким углом к горизонту стрелял Робин Гуд в первой попытке?
2. На какую максимальную дальность мог бы выстрелить Робин?
3. На какую максимальную высоту может отправить стрелу наш герой?

Примечание: считайте, что начальная скорость стрелы во всех случаях одинакова.

Возможное решение и критерии оценивания.

Дальность стрельбы в указанных условиях определяется выражением $S = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\beta)$, где

β - угол между начальной скоростью и её проекцией на плоскость горизонта. Это выражение можно вывести из векторного треугольника перемещений или через систему уравнений движения в координатах.

Из анализа можно получить, что одинаковая дальность стрельбы будет при углах α и $90^\circ - \alpha$. Но по условию эти углы разделяет 30° . Значит, $\alpha = 30^\circ$.

Во второй попытке стрельба велась по углом 45° . Значит, дальность была

$$S_2 = \frac{v_0^2}{g} = \frac{S_1}{\sin(60^\circ)} \approx 1000 \text{ фт.}$$

Это максимально возможная дальность выстрела при данных условиях.

Максимальная высота подъёма может быть найдена из кинематики или ЗСЭ:

$$H_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{S_2}{2} = 500 \text{ фт.}$$

Получено правильное выражение для дальности выстрела	1 балл
Сделан вывод о связи углов при одинаковой дальности	1 балл
Найден угол α	1 балл
Найден угол стрельбы во второй попытке	1 балл
Сделан вывод о том, что дальность во 2ой попытке и есть максимально возможная	1 балл
Получено правильная связь дальностей первой и второй попыток	1 балл
Получена правильная дальность второй попытки	1 балл
Получено правильное выражение для максимальной высоты	1 балл
Получена правильная связь H_{\max} и S_2 (или S_1)	1 балл
Правильно подсчитана H_{\max}	1 балл

Примечания

Численные результаты оцениваются только в окончательном ответе на поставленные вопросы. Отсутствие вычислений в промежуточных пунктах не снижает оценку.

Если при рассуждениях использовался перевод футов в СИ с последующим использованием численного значения ускорения свободного падения, то не следует ставить баллы за численные ответы (1 балл суммарно), так как размер фута варьировался в 20% «воротах».

10-3. На Луне. Первая космическая скорость искусственного спутника Земли $v_3 = 7,9$ км/с. Масса Земли в 81 раз больше массы Луны, а радиус Земли больше лунного в 3,7 раза. Ускорение свободного падения на поверхности Земли $g_3 = 9,8$ м/с². По этим данным определите:

1. Ускорение свободного падения на поверхности Луны.
2. Первую космическую скорость v_L искусственного спутника Луны?
Влиянием Земли на движение лунного спутника пренебречь.

Возможное решение.

Ускорение свободного падения - это ускорение, сообщаемое телу силой гравитации:

$$mg = G \frac{mM}{R^2} \rightarrow g = G \frac{M}{R^2}.$$

Значит, $\frac{g_L}{g_3} = \frac{M_L R_3^2}{M_3 R_L^2} \approx 0,17$ (или примерно в 6 раза меньше).

$g_L = 1,7$ м/с² (ответ 1,6 м/с² также считаем правильным).

Первая космическая скорость определяется как скорость движения по круговой орбите у поверхности тела.

$$\frac{mv_L^2}{R} = G \frac{mM}{R^2} \rightarrow v_L = \sqrt{G \frac{M}{R}}$$

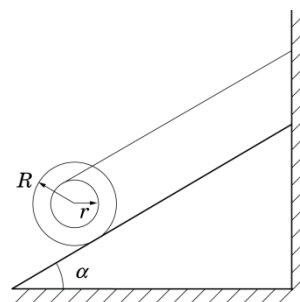
Значит, $\frac{v_L}{v_3} = \sqrt{\frac{M_L R_3}{M_3 R_L}} \approx 0,21 \rightarrow v_L = 1,7$ км/с .

Критерии оценивания.

- | | |
|--|---------|
| 1) Правильное определение ускорения свободного падения (формула) | 2 балла |
| 2) Правильное отношение ускорений (формула) | 2 балла |
| 3) Правильное значение ускорения g_L (число) | 1 балл |
| 4) Правильное определение первой космической скорости (формула) | 2 балла |
| 5) Правильное отношение скоростей (формула) | 2 балла |
| 6) Правильное значение ПКС для Луны (число) | 1 балл |

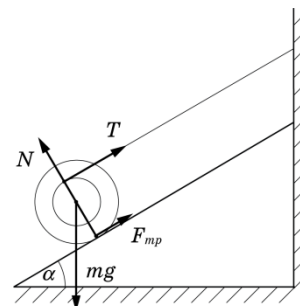
10-4. Катушка на склоне. Катушка массой m удерживается за тонкую лёгкую нить на плоскости с углом наклона α . Радиус обода катушки R , радиус цилиндра с нитью r .

1. Найдите натяжение нити, если она параллельна наклонной плоскости;
 2. Как изменится натяжение нити, если она будет горизонтальна?
- Ваше решение обязательно сопроводите рисунками, поясняющими расстановку сил.



Возможное решение.

1. Сделан рисунок для первого случая с расстановкой сил (Указаны все 4 силы, правильно указаны точки приложения сил и направления T , N и mg) (1 балл).



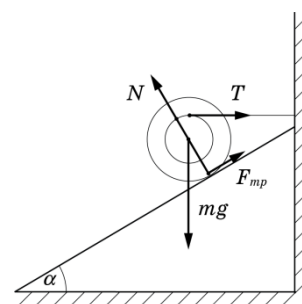
2. На рисунке верно показано направление силы трения (1 балл).
3. Записано условие равновесия катушки $mgR \sin(\alpha) = T(R + r)$ (2 балла).

4. Получено выражение для силы натяжения в первом случае:

$$T = mg \frac{R \sin \alpha}{r + R}$$

(1 балл).

5. Сделан рисунок для второго случая с расстановкой сил (Указаны все 4 силы, правильно указаны точки приложения сил и направления T , N и mg) (1 балл).



6. На рисунке верно показано направление силы трения (1 балл).
7. Записано условие равновесия катушки $mgR \sin(\alpha) = T(R + r) \cos(\alpha)$ (2 балла)

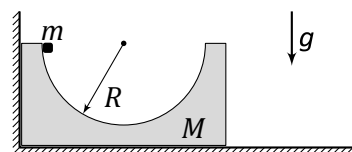
8. Получено выражение для силы натяжения во втором случае:

$$T' = mg \frac{R \sin \alpha}{r + R \cos \alpha}$$

(1 балл)

Если вместо п.7-8 дан ответ в виде утверждения: «т.к. плечо силы T уменьшилось, сама сила увеличилась» (3 балла)

10-5. В лунке. На горизонтальной поверхности находится брусок массой M с полусферической выемкой радиуса R . В начальный момент шайбу массой m удерживают так, как показано на рисунке, а потом отпускают.



- (a) Какой была максимальная скорость шайбы в процессе движения относительно неподвижного наблюдателя?
- (b) На какой высоте от нижней точки выемки была шайба в момент своей первой остановки относительно бруска?

Размерами шайбы пренебречь, трение в системе отсутствует. Ускорение свободного падения g .

Возможное решение и критерии оценивания

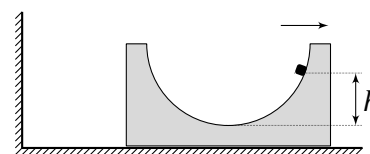
А) Так как трение в системе отсутствует, то выполняется закон сохранения механической энергии:

$$\Delta W_{\text{механ}} = 0.$$

Максимальной скоростью шайбы была в том момент, когда её потенциальная энергия достигла минимума — в нижней точке выемки. До этого момента брусок неподвижен, поэтому:

$$mgR = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \quad \text{откуда} \quad v_{\text{max}} = \sqrt{2gR}$$

Первая остановка шайбы относительно бруска будет в тот момент, когда её скорость будет равна скорости бруска, при этом шайба не сможет подняться на самый верх выемки, поскольку часть механической энергии «отнимет» брусок.



В) Проекция импульса на горизонтальную ось сохраняется, поэтому скорость u , с которой оба тела движутся в этот момент определяется выражением:

$$mv = (m + M)u,$$

откуда модуль скорости u :

$$u = v \frac{m}{m+M}$$

Из закона сохранения энергии следует:

$$mgR = \frac{(m+M)u^2}{2} + mgh$$

Подставив выражение для скорости u , можно выразить искомую высоту:

$$h = R - \frac{mv^2}{2g(m+M)},$$

учтём, что $v = v_{\text{max}} = \sqrt{2gR}$ и в итоге запишем:

$$h = R \frac{M}{m+M}.$$

Записан закон сохранения энергии для расчёта скорости шайбы в нижней точке 1 балл;

Скорость шайбы максимальна в нижней точке её траектории 2 балла

Получено выражение для v_{max} 1 балл

Равенство скорости шайбы и бруска в момент остановки,

запись закона сохранения импульса 2 балла

Записан закон сохранения энергии системы тел для этого момента 2 балла

Получен верный ответ — 2 балла (если допущена ошибка при подстановке v_{max}) 1 балл)