Всероссийская олимпиада по астрономии

Муниципальный этап 2021 года

Условия и решения

11 класс *8 Ноября 2021 г.*

---

1. Паллада 8 баллов

Астероид (2) Паллада имеет сидерический период обращения равный 4.62 года, эксцентриситет его орбиты составляет $e = 0.231$. Определите, большую полуось орбиты, максимальное и минимальное расстояние Паллады от Солнца, и от Земли. Орбиту Земли считать круговой.

Решение. Определим большую полуось орбиты, используя 3-й закон Кеплера, сравнив с системой Солнце-Земля:

$$\frac{T^2}{T_\oplus^2} = \frac{a^3}{a_\oplus^3}.$$

Выразим большую полуось Паллады

$$a = a_\oplus \left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^{\frac{2}{3}} = 1\left(\frac{4.62}{1}\right)^{\frac{2}{3}} = \boxed{2.77 \text{ а.е.}}$$

Минимальное и максимальное расстояние от Солнца, это перигелийное и афелийное расстояния:

$$q = a\,(1 - e) = 2.77\,(1 - 0.231) = \boxed{2.13 \text{ а.е.}}$$
$$Q = a\,(1 + e) = 2.77\,(1 + 0.231) = \boxed{3.41 \text{ а.е.}}$$

Так как орбиту Земли мы считаем круговой, то минимальное расстояние будет тогда, когда Паллада будет находится в перигелии, и одновременно в противостоянии с Землей. То есть, Земля будет находится на линии Паллада - Солнце, между ними:

$$\Delta_{min} = q - a_\oplus = 2.13 - 1 = \boxed{1.13 \text{ а.е.}}$$

А максимальное расстояние будет тогда, когда Солнце будет между Палладой и Землей, Паллада же должна быть в афелии орбиты:

$$\Delta_{max} = Q + a_{\oplus} = 3.41 + 1 = \boxed{4.41 \text{ а.е.}}$$

Критерии оценивания	**8**
Большая полуось орбиты (через III закон Кеплера)	2
Нахождение перигелия орбиты Паллады	1
Нахождение афелия орбиты Паллады	1
Вывод о положении Землидля минимального расстояния	1
Найденное правильное значение минимального расстояния от Земли	1
Вывод о положении Солнцадля максимального расстояния	1
Найденное правильное значение максимального расстояния от Земли	1

2. Планетный треугольник 8 баллов

18 августа некоторого года Юпитер находился в противостоянии с Землей, Марс в западной квадратуре, а Меркурий в максимальной западной элонгации. Определите расстояния между планетами: Юпитер и Марс. Определите угол между Марсом и Меркурием разделяющий планеты на небе Земли. Орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости. Нарисуйте рисунок, изображающий орбиты всех планет из северного полюса эклиптики.

Решение. Введем обозначения Солнца и планет:

- Солнце - $\odot$
- Меркурий - ☿
- Земля - $\odot$
- Марс - ♂
- Юпитер - ♃

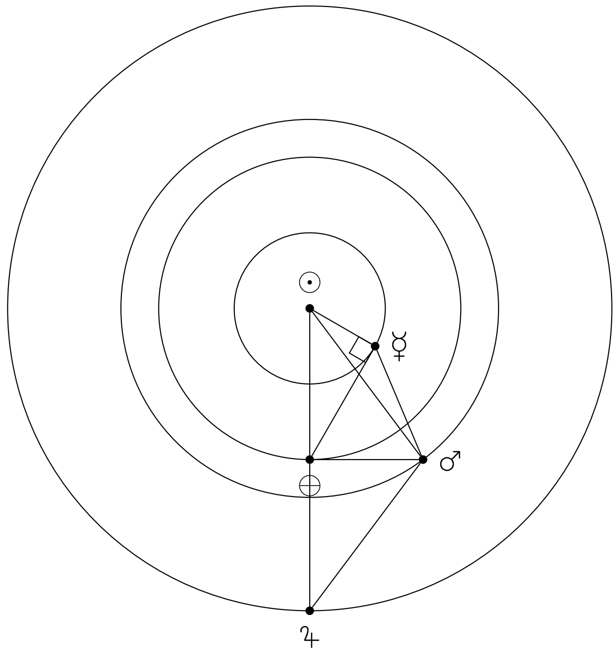
На первом этапе нарисуем орбиты всех планет указанных в задаче (Земля, Юпитер, Марс и Меркурий).

Меркурий, Солнце и Земля составляют прямоугольный треугольник с прямым углом у Меркурия, находящимся в максимальной западной элонгации. Отсюда найдем угол Меркурий-Земля-Солнце:

$$\sin(\alpha_{☿\oplus\odot}) = \frac{a_{☿}}{a_{\oplus}}$$

Соответственно сам угол равен:

$$\alpha_{☿\oplus\odot} = \arcsin\left(\frac{0.38}{1}\right) = 22.3^{\circ}$$



Угол между направлением на Меркурий и направлением на Марс составляет:

$$\alpha_{\text{☿⊕♂}} = 90^\circ - \alpha_{\text{☿⊕☉}} = 90^\circ - 22.3^\circ = \boxed{67.7^\circ}$$

Теперь определим расстояние от Земли до Юпитера. Так как наблюдения проходят при противостоянии Юпитера, то расстояние до него от Земли будет равно:

$$r_{\text{⊕♃}} = a_{\text{♃}} - a_{\text{⊕}} = 5.2 - 1 = 4.20 \text{ а.е.}$$

По условию задачи Марс находится в западной квадратуре, следовательно расстояние Земля - Марс можно посчитать по теореме Пифагора:

$$r_{\text{⊕♂}} = \sqrt{a^2_{\text{♂}} - a^2_{\text{⊕}}} = \sqrt{1.52^2 - 1^2} = 1.14 \text{ а.е.}$$

Теперь можно определить расстояние от Марса до Юпитера таким же образом — по теореме Пифагора — зная, что Марс в западной квадратуре, а Юпитер в противостоянии:

$$r_{\text{♂♃}} = \sqrt{r^2_{\text{⊕♂}} + r^2_{\text{⊕♃}}} = \sqrt{1.14^2 + 4.2^2} = \boxed{4.35 \text{ а.е.}}$$

Критерии оценивания **8**

Нарисованный рисунок с орбитами планет и указанными планетами 2

Нахождение угла максимальной элонгации Меркурия 1

Нахождение угла между направлениями на Меркурий и на Марс... 2

Нахождение расстояния Юпитер-Марс 3

3. Кольцо 8 баллов

Планетарная туманность «Кольцо» ($M57$) находится от нас на расстоянии 2 300 световых лет. Она расширяется со скоростью 25 км/с и сейчас имеет видимый угловой размер $2.5'$. Определите как давно центральная звезда этой туманности сбросила свою оболочку? Когда это могли увидеть «наблюдатели» на Земле? Определите среднюю плотность, если масса сброшенной оболочки составляет $0.2M_{\odot}$, а толщина сферического слоя составляет примерно 1% от радиуса туманности. Считать объем сферы равным:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

где $\pi = 3.14$

Решение. Определим диаметр туманности в световых годах:

$$D_{M57} = L \cdot \frac{\alpha_{M57}}{206265} = 2300 \cdot \frac{2.5 \cdot 60}{206265} = \boxed{1.67 \text{ св.лет}}$$

Теперь определим время расширения туманности, не забыв, что нашли диаметр, а туманность расширяется в обе стороны к нам и от нас:

$$\tau_{M57} = \frac{D_{M57}}{2 \cdot V_{M57}}$$

$$\tau_{M57} = \frac{1.67 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 365.25 \cdot 86400}{2 \cdot 25} = \boxed{10^4 \text{ лет}}$$

Значит, на небе Земли событие появления планетарной туманности произошло 10 000 лет назад, около $\boxed{\text{7979 г. до н.э.}}$

Определим объем, в котором заключена масса, считая, что она распределена равномерно в сферическом слое.:

$$V = \frac{4}{3}\pi(r_1^3 - r_2^3) = \frac{4}{3}\pi(1^3 - 0.99^3)\left(\frac{D_{M57}}{2 \cdot 3.26}\right)^3 = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ пк}^3$$

Тогда плотность равна:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{0.6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{2.1 \cdot 10^{-3} \cdot \left(3 \cdot 10^{16}\right)^3} = \boxed{6.5 \cdot 10^{-18} \text{ кг/м}^3}$$

Критерии оценивания **8**

Нахождение диаметра туманности 1
Определение времени расширения туманности 2
Нахождение примерной даты события для земного наблюдателя 1
Нахождение объема сферического слоя 2
Нахождение итоговой плотности туманности 2

4. Осеннее равноденствие 8 баллов

В день осеннего равноденствия Луна была в 3-ей четверти, Марс в восточной квадратуре, Уран в противостоянии. Определите, на каких высотах происходили верхние кульминации этих объектов для наблюдателей в городе Джаффна (Шри-Ланка, широта $9°40'$). В какой последовательности будут происходить эти верхние кульминации в день осеннего равноденствия? Все орбиты лежат в плоскости эклиптики.

Решение.

Введем обозначения Солнца и планет:

- Солнце - $\odot$
- Земля - $\odot$
- Марс - ♂
- Уран - ⛢
- Луна - ☾

Нарисуем картинку, в которой изобразим Солнце, Землю и другие видимые небесные тела из задачи.

Заметим, что Солнце находится в точке осеннего равноденствия, а Марс — в точке зимнего солнцестояния, Луна — в летнем солнцестоянии, Уран — в весеннем равноденствии. Координаты, и в том числе склонение, этих точек нам хорошо известны.

Тогда склонение Марса — $\boxed{\delta_{♂} = -23.5°}$, Луны — $\boxed{\delta_{☾} = 23.5°}$, Урана — $\boxed{\delta_{⛢} = 0°}$. Можно найти высоту верхней кульминации по формуле:

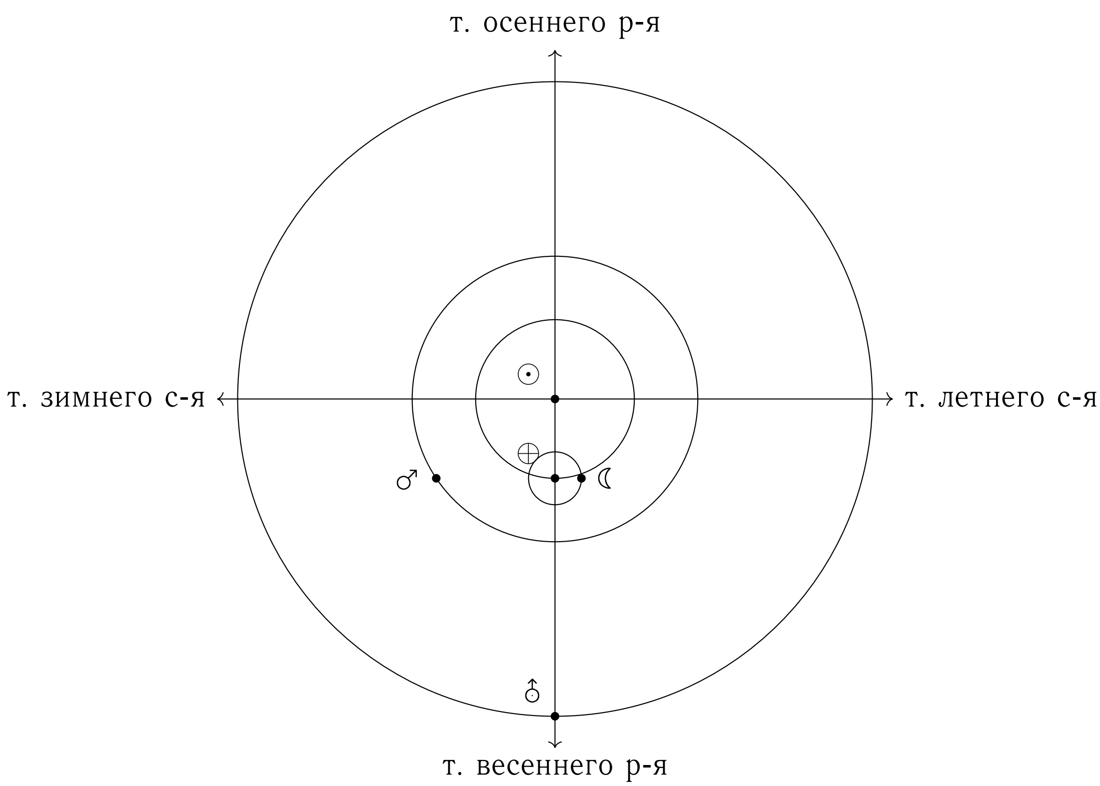
$$h = 90° - |\delta - \varphi|$$

Получим $\boxed{h_{♂} = 56°50'}$, $\boxed{h_{⛢} = 80°20'}$, $\boxed{h_{☾} = 76°10'}$. При этом кульминация Луны будет к северу от зенита, а Марса и Урана к югу.

Как это выглядит на небесной сфере нарисовано на следующей картинке.

Последним пунктом определим последовательность верхних кульминации. Сначала будет кульминировать стареющая Луна, это будет утром. После этого вечером будет кульминировать Марс, а ближе в полночь Уран.

Ответ Уран, Луна и Марс тоже будет считаться правильным.



Критерии оценивания	**8**
Рисунок, поясняющий модель	1
Определение склонения Марса	1
Определение склонения Луны	1
Определение склонения Урана	1
Определение высоты верхней кульминации Марса	1
Определение высоты верхней кульминации Луны	1
Определение высоты верхней кульминации Урана	1
Определение последовательности прохождения верхней кульминации	1
При значении высоты кульминации больше, чем 90°	max 4

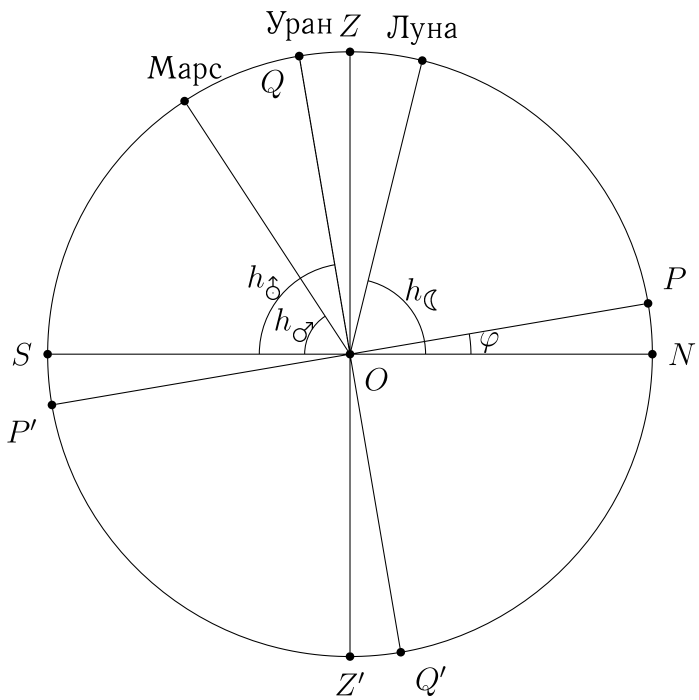
5. Телескоп

8 баллов

Астроном любитель проводит наблюдения в одном из лучших мест для астрономических наблюдений, в Кавказкой горной обсерватории МГУ (КГО МГУ), где размер изображений звезд составляет $0.4''$, проводит наблюдения с телескопом диаметром 200 мм и фокусом 1 м, имеет окуляры с фокусом 6 и 20 мм. Длина волны видимого света составляет $\lambda = 550$ нм. Считая предельное разрешение глаза составляет $1'$. Разрешение телескопа для видимого диапазона длинн волн можно определить по формуле:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

Где θ - угол, который разрешает телескоп в угловых секундах, λ - длина волны наблюдаемого излучения. D_T - диаметр объектива телескопа. Угловое увеличение телескопа



можно определить из:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o} <==> \alpha_{\text{в окуляре}} = \Gamma \cdot \alpha_{\text{на небе}}$$

Где F_T - фокус объектива телескопа, f_o - фокус окуляра телескопа. $\alpha_{\text{в окуляре}}$ - видимый угловой размер в окуляре, $\alpha_{\text{на небе}}$ - видимый угловой размер на небе. При каком максимальном диаметре объектива влияние атмосферы размывает теоретический предел разрешения телескопа? Определите увеличение телескопа для каждого окуляра. Определите с каким окуляром размытие звезд будет заметно для данного телескопа, а с каким нет?

Решение. Чтобы размытие атмосферы 0.4″ было точно видно, необходимо чтобы угловое разрешение телескопа было равно размеру изображений звезд создаваемых атмосферой:

$$\theta = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot \lambda}{D_T}$$

$$D_T = 1.22 \cdot \frac{206265'' \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{0.4''} = \boxed{346 \text{ мм}}$$

Увеличение телескопа есть:

$$\Gamma = \frac{F_T}{f_o}$$

$$\Gamma_6 = \frac{1000}{6} = \boxed{167 \text{ крат}}$$

$$\Gamma_{20} = \frac{1000}{20} = \boxed{50\ \text{крат}}$$

Как известно увеличение уловых размеров связано с увеличением системы объектив - окуляр:

$$\Gamma = \frac{\theta_{\text{окуляр}}}{\theta_{\text{объектив}}}$$
$$\theta_{\text{окуляр}} = \Gamma \cdot \theta_{\text{объектив}}$$

Чтобы размытие стало заметно в окуляре необходимо, чтобы угловой размер звезды в окуляре превысил $1'$

$$\theta_{20} = 50 \cdot 0.4'' = \boxed{20''}$$

В окуляр с фокусом 20 мм размытие видно не будет

$$\theta_{20} = 167 \cdot 0.4'' = \boxed{67''}$$

В окуляр с фокусом 6 мм размытие видно будет

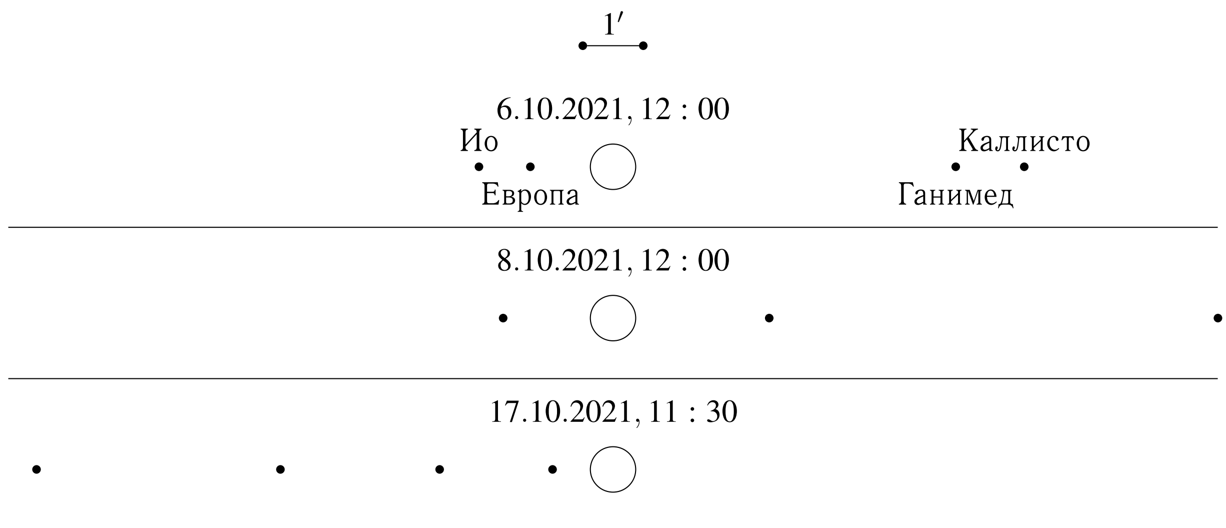
Критерии оценивания **8**
Нахождение максимального диаметра 2
Определение увеличения окуляра 20 мм 1
Определение увеличения окуляра 6 мм 1
Определение видимости и значения размытия 20 мм 2
Определение видимости и значения размытия 6 мм 2

6. Юпитер 8 баллов

Вам даны 3 изображений Юпитера и его галилеевских спутников, а также даты, соответсвующие данной конфигурации. На первой картинке спутники подписаны. Отождествите и подпишите спутники на остальных картинках. Масштаб указан. Также даны параметры орбит Галилиевских спутников Юпитера. Орбиты спутников считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

Спутник	Большая полуось, км	Период обращения	Радиус, км	Масса, кг
Ио	421 700	1.77 сут.	1 821	$8.93 \cdot 10^{22}$
Европа	671 100	3.55 сут.	1 560	$4.80 \cdot 10^{22}$
Ганимед	1 070 400	7.15 сут.	2 634	$1.48 \cdot 10^{23}$
Каллисто	1 882 700	16.69 сут	2410	$1.08 \cdot 10^{23}$

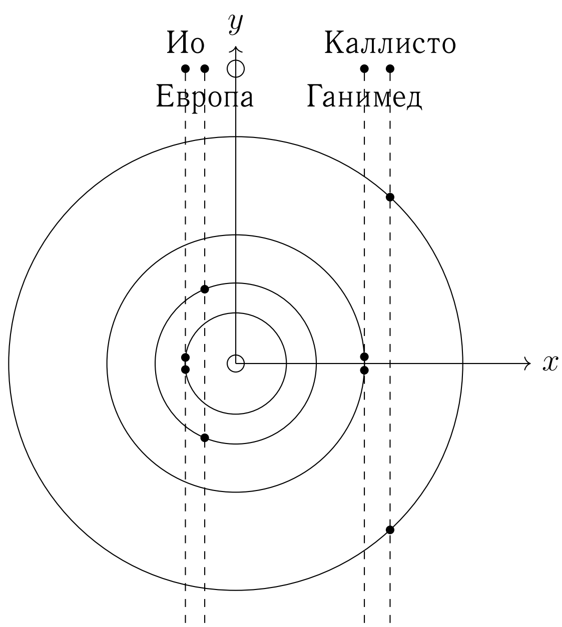
Решение. Все спутники вращаются против часовой стрелки. Угловые размеры боль-



ших полуосей (a) можно найти из масштаба:

$$\rho = \rho_{♃} \cdot \frac{a}{R_{♃}}$$

Изобразим вид сверху Юпитера и его спутников на 6.10 (размеры больших полуосей указаны в справочных данных) - рис.1. Пунктирной линией показано возможное ме-



6.10.2021, 12 : 00

стонахождение спутника. Введем оси x и y Угловые удаления спутников от Юпитера являются проекциями их положения на ось x. Углом φ назовем угол Спутник-начало координат-ось x. Его можно найти по формуле $\varphi = \arccos(x/a)$, a - радиус орбиты спутника. Тогда начальные положения спутников:

- Ио — $x_0 = -2'13''$, $\varphi_0 = \pm 173^\circ$

- Европа — $x_0 = -1'22''$, $\varphi_0 = \pm 113^\circ$
- Ганимед — $x_0 = 5'40''$, $\varphi_0 = \pm 3^\circ$
- Каллисто — $x_0 = 6'48''$, $\varphi_0 = \pm 55^\circ$

Углы могут принимать как положительное, так и отрицательное значение - из-за проекции точного значения угла мы определить не можем.

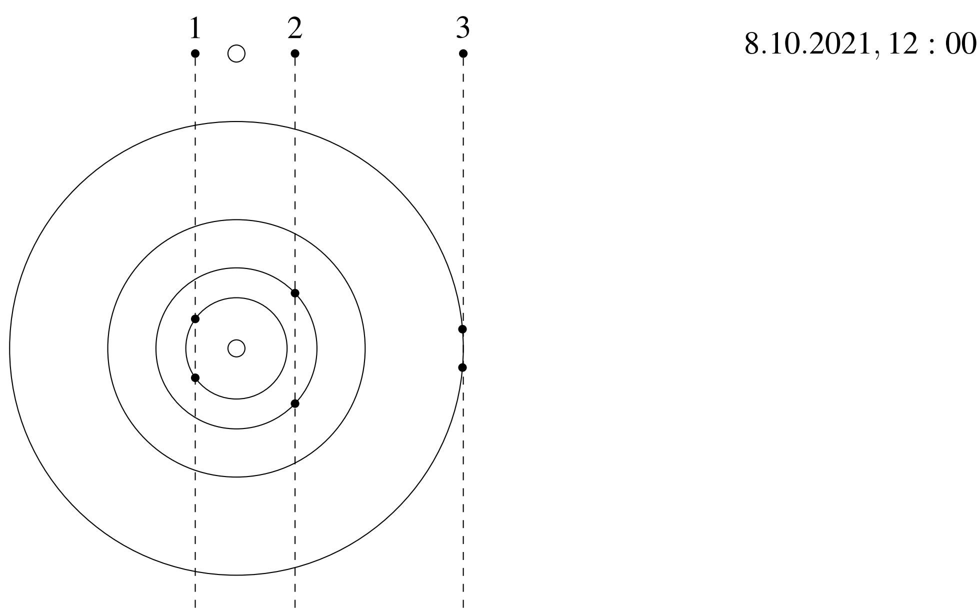
1. Посчитаем углы, которые прошли спутники относительно своего начального положения за 2 дня (с 6.10 по 8.10) по формуле

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{t}{T},$$

   где t - прошедшее время, T - период спутника.

   - Ио — $\alpha = 407^\circ = 47^\circ$
   - Европа — $\alpha = 203^\circ$
   - Ганимед — $\alpha = 101^\circ$
   - Каллисто — $\alpha = 47^\circ$

   Изобразим вид сверху Юпитера со спутниками на 8.10 - рис 2. Для удобства



   пронумеруем спутники — от 1 до 3 слева направо и будем рассматривать каждый спутник. Запишем координаты спутников:

   - 1 — $x = -1'49''$, $\varphi_1 = \pm 144^\circ$
   - 2 — $x = 2'35''$, $\varphi_2 = \pm 43^\circ$
   - 3 — $x = 9'58''$, $\varphi_3 = \pm 5^\circ$

Как видно, линия 3 - го спутника пересекается только с орбитой Каллисто, из чего мы делаем вывод: $\boxed{\text{3 — Каллисто}}$.

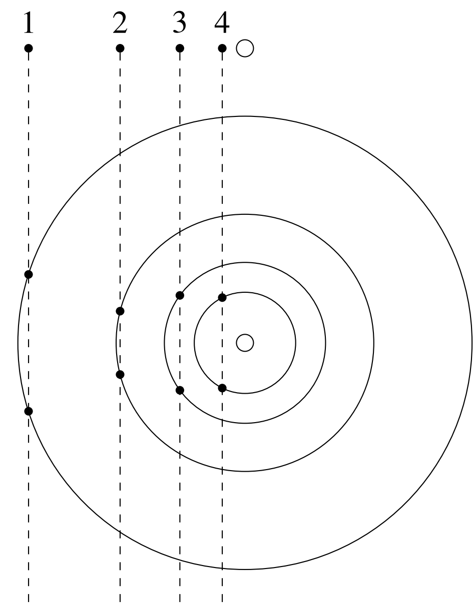
Для всех спутников верно равенство

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha$$

	Ио	Европа	Ганимед	Каллисто
φ_1	220°	316°	104°	102°
φ_2	234°	90°	98°	8°

Видим, что $\varphi_{\text{Ио}1} \approx \varphi_1 = 216^\circ = -144^\circ$, а $\varphi_{\text{Европа}1} \approx \varphi_2 = 317^\circ = -43^\circ$. Итак, $\boxed{\text{1 — Ио}}$, $\boxed{\text{2 — Европа}}$. Ганимед закрыт тенью Юпитера.

2. На втором изображении (17.10) отождествим спутники методом исключения. Ли-



17.10.2021, 11 : 30

ния 1 - го спутника пересекает только орбиту Каллисто - $\boxed{\text{1 — Каллисто}}$, соответственно 2 - ой спутник (либо Каллисто, либо Генимед) находим методом исключения: $\boxed{\text{2 — Ганимед}}$, $\boxed{\text{3 — Европа}}$, $\boxed{\text{4 — Ио}}$.

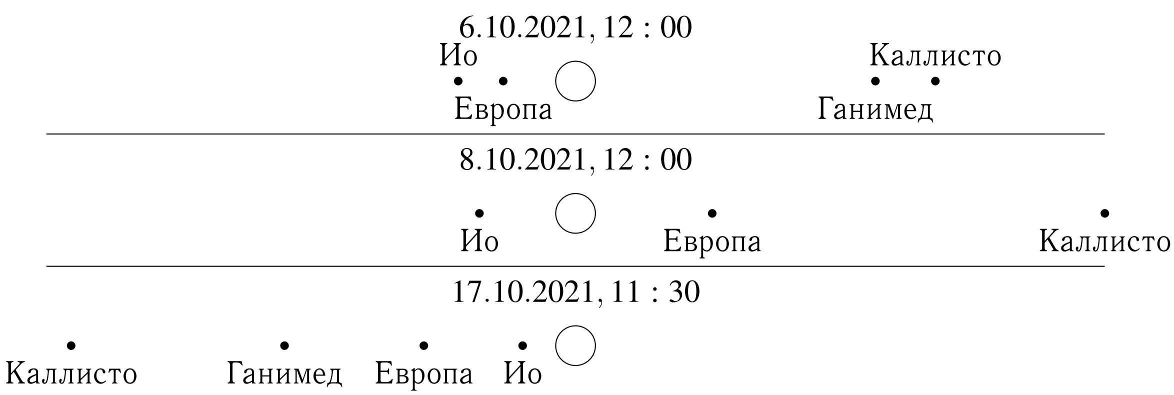
Итоговый ответ на рисунке ниже.

Критерии оценивания **10**

Описание метода определения спутников 2

Верное определение спутников 4 спутников на второй картинке ... 4

Верное определение спутников 4 спутников на третьей картинке ... 4


6.10.2021, 12 : 00
Ио
Каллисто
Европа
Ганимед
8.10.2021, 12 : 00
Ио
Европа
Каллисто
17.10.2021, 11 : 30
Каллисто
Ганимед
Европа
Ио