

9 класс

Второй день

9.6. Последовательность чисел $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ такова, что $a_n - a_k \geq n^3 - k^3$ для любых n и k таких, что $1 \leq n \leq 2022$ и $1 \leq k \leq 2022$. При этом $a_{1011} = 0$. Какие значения может принимать a_{2022} ?

9.7. Петя разбил клетчатый квадрат 100×100 некоторым образом на домино – клетчатые прямоугольники 1×2 , и в каждом домино соединил центры двух его клеток синим отрезком. Вася хочет разбить этот же квадрат на домино вторым способом, и в каждом своём домино соединить две клетки красным отрезком. Вася хочет добиться того, чтобы из каждой клетки можно было пройти в любую другую, идя по синим и красным отрезкам. Обязательно ли у него будет возможность это сделать?

9.8. В трапеции $ABCD$ диагональ BD равна основанию AD . Диагонали AC и BD пересекаются в точке E . Точка F на отрезке AD выбрана так, что $EF \parallel CD$. Докажите, что $BE = DF$.

9.9. На плоскости отмечены N точек. Любые три из них образуют треугольник, величины углов которого в градусах выражаются натуральными числами. При каком наибольшем N это возможно?

9.10. Докажите, что существует натуральное число b такое, что при любом натуральном $n > b$ сумма цифр числа $n!$ не меньше 10^{100} .